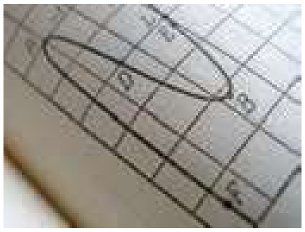
el resultado es $c^2 \approx 5\,404.41$, y $c \approx 74.51$. Entonces, la distancia entre los barcos (a la milla náutica más cercana) es de 74 millas náuticas. ≡

Notas del aula



i) Un primer paso importante para resolver triángulos es determinar cuál de los tres métodos que hemos descrito se va a usar: trigonometría del triángulo rectángulo, la ley de los senos o la ley de los cosenos. La tabla que sigue describe las diversas clases de problemas e indica el método más apropiado para cada uno. El término *oblicuo* indica cualquier triángulo que no sea triángulo rectángulo.

Tipo de triángulo	Datos	Técnica
Rectángulo	Dos lados o un ángulo y un lado	Definiciones básicas de seno, coseno y tangente; teorema de Pitágoras
Oblicuo	Tres lados	Ley de los cosenos
Oblicuo	Dos lados y el ángulo incluido	Ley de los cosenos
Oblicuo	Dos ángulos y un lado	Ley de los senos
Oblicuo	Dos lados y un ángulo opuesto a uno de los lados	Ley de los senos (si el ángulo dado es agudo, es un caso ambiguo)

ii) A continuación presentamos algunos consejos adicionales para resolver triángulos.

- Con frecuencia, los alumnos usan la ley de los senos cuando se podría haber usado una función trigonométrica del triángulo rectángulo. El método más sencillo y más eficiente es este último.
- Cuando se dan los tres lados, verifique primero si la longitud del lado más largo es mayor o igual a la suma de las longitudes de los otros dos lados. Si lo es, no puede haber solución alguna (aunque la información indique el uso de un método de ley de los cosenos). Esto se debe a que la distancia más corta entre dos puntos es la longitud del segmento de recta que los une.
- Si obtiene usted un valor mayor que 1 para el seno de un ángulo al aplicar la ley de los senos, el problema no tiene solución.
- En el caso ambiguo de la ley de los senos, al despejar el primer ángulo desconocido debe usted tener en cuenta *el ángulo agudo determinado con su calculadora y también su suplemento como soluciones posibles*. El suplemento será una solución si la suma del suplemento y el ángulo proporcionado del triángulo es menor que 180°.

10.4 Ejercicios

Las respuestas a los problemas impares seleccionados comienzan en la página RESP-25.

En los problemas 1 a 16 use la ley de los cosenos para resolver el triángulo.

En los problemas 1 a 16, vea la figura 10.3.1.

1. $\gamma = 65°,\ a = 5,\ b = 8$

2. $\beta = 48°,\ a = 7,\ c = 6$

3. $a = 8,\ b = 10,\ c = 7$

4. $\gamma = 31.5°,\ a = 4,\ b = 8$

5. $\gamma = 97.33°,\ a = 3,\ b = 6$

6. $a = 7,\ b = 9,\ c = 4$

7. $a = 11, b = 9.5, c = 8.2$

8. $\alpha = 162°, b = 11, c = 8$

9. $a = 5, b = 7, c = 10$

10. $a = 6, b = 12, c = 7$

11. $a = 3, b = 4, c = 5$

12. $a = 5, b = 12, c = 13$

13. $a = 6, b = 8, c = 12$

14. $\beta = 130°, a = 4, c = 7$

15. $\alpha = 22°, b = 3, c = 9$

16. $\beta = 100°, a = 22.3, c = 16.1$

Aplicaciones diversas

17. **¿Distancia?** Un barco navega 22 millas hacia el oeste, desde un puerto. Después navega hacia S62°O otras 15 millas náuticas. ¿A qué distancia está del puerto?

18. **¿A qué distancia?** Dos excursionistas salen de su campamento al mismo tiempo, con rumbos N42°O y S20°E, respectivamente. Si cada uno de ellos camina a un promedio de 5 km/h ¿a qué distancia están después de 1 hora?

19. **Rumbos** En el mapa de un excursionista, el punto A está a 2.5 pulg hacia el oeste del punto B, y el punto C está a 3.5 pulg de B, y a 4.2 pulg de A, respectivamente. Vea la **FIGURA 10.4.7**. Calcule ***a***) el rumbo de A a C y ***b***) el rumbo de B a C.

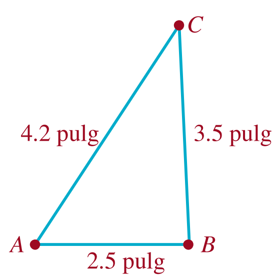


FIGURA 10.4.7 Triángulo del problema 19

20. **¿Cuánto tardan?** Dos barcos salen del puerto al mismo tiempo; uno va a 15 nudos y el otro a 12 nudos. Mantienen rumbos de S42°O y S10°E, respectivamente. Después de tres horas, el primer barco queda varado y de inmediato el segundo barco va en su ayuda.

    a) ¿Cuánto tardará el segundo barco en llegar al primero, si viaja a 14 nudos?

    b) ¿Qué rumbo tomará?

21. **Brazo robótico** Un brazo robótico bidimensional "sabe" dónde está, porque mantiene registro del ángulo α de su "hombro" y del ángulo β de su "codo". Como se ve en la **FIGURA 10.4.8** este brazo tiene un punto fijo de rotación en el origen. El ángulo del hombro se mide en sentido contrario al de las manecillas del reloj a partir del eje x, y el ángulo del codo se mide en sentido contrario al de las manecillas del reloj, desde el brazo hasta el antebrazo. Suponga que el brazo y el antebrazo tienen 2 de longitud, y que el ángulo β del codo no puede "dislocarse" más allá de 180°. Calcule los ángulos α y β que pongan la mano del robot en el punto (1, 2).

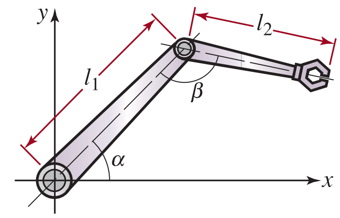


FIGURA 10.4.8 Brazo robótico del problema 21

22. **¿Hacia dónde?** Dos torres vigía están situadas en las cumbres de las montañas A y B, a 4 millas de distancia. Un equipo de bomberos en helicóptero está en un valle en el punto C, a 3 millas de A y a 2 millas de B. Usando la línea entre A y B como referencia, un vigía ve un incendio en un ángulo de 40° de la torre A, y a 82° de la torre B. Véase la **FIGURA 10.4.9**. ¿A qué ángulo, medido a partir de CB, debe volar el helicóptero para dirigirse hacia el incendio?

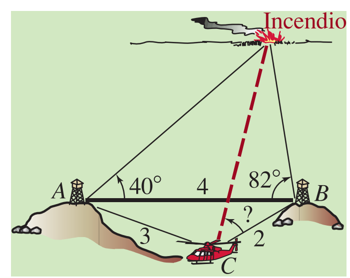


FIGURA 10.4.9 Incendio del problema 22

23. **Cometa** Para el cometa que se muestra en la **FIGURA 10.4.10**, use la ley de los cosenos para calcular las longitudes de las dos cañas que se requieren para los soportes diagonales.

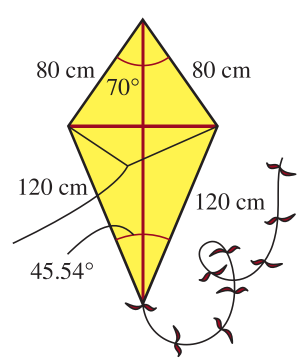


FIGURA 10.4.10 Cometa del problema 23

24. **Anchura de un cañón** Desde el suelo de un cañón se necesitan 62 pies de soga para alcanzar la cima de la pared del cañón y 86 pies para alcanzar la cima de la pared opuesta (**FIGURA 10.4.11**). Si las dos sogas forman un ángulo de 123°, ¿cuál es la distancia d desde la cima de una pared del cañón a la otra?

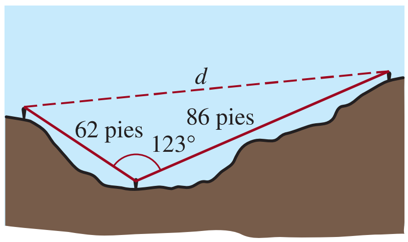


FIGURA 10.4.11 Cañón del problema 24

Para la discusión

25. **Fórmula de Herón** Use la ley de cosenos para derivar la fórmula de Herón*

$$A = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)},$$

del área de un triángulo con lados a, b, c, respectivamente, y $s = \frac{1}{2}(a + b + c)$.

26. **Parcela de jardín** Use la fórmula de Herón del problema 25 para hallar el área de una parcela de jardín triangular si las longitudes de los tres lados son de 25, 32 y 41 m.

27. **Parcela de esquina** Halle el área de la parcela de esquina irregular que se muestra en la **FIGURA 10.4.12**. [*Pista:* divida la parcela en dos parcelas triangulares como se muestra y luego busque el área de cada triángulo. Use la fórmula de Herón del problema 25 para calcular el área del triángulo agudo].

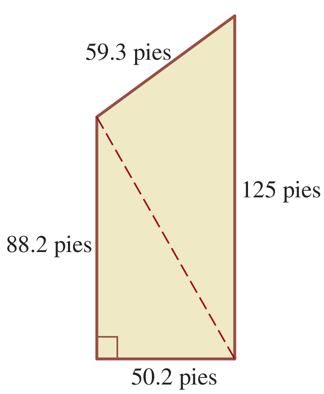


FIGURA 10.4.12 Parcela de esquina del problema 27

28. **Más área** Use la fórmula de Herón del problema 25 para encontrar el área de un triángulo con vértices ubicados en (3, 2), (−3, −6) y (0, 6) en un sistema de coordenadas rectangular.

29. **Hombre azul** El esfuerzo en subir un tramo de escalera depende en gran medida del ángulo de flexión de la rodilla delantera. Un modelo simplificado de un hombre palito que sube una escalera indica que la máxima flexión de la rodilla ocurre cuando la pierna trasera está estirada y las caderas están directamente encima del talón del pie delantero. Vea la **FIGURA 10.4.13**. Demuestre que

$$\cos\theta = \left(\frac{R}{a}\right)\sqrt{4 - \left(\frac{T}{a}\right)^2} + \frac{(T/a)^2 - (R/a)^2}{2} - 1,$$

donde θ es el ángulo de la articulación de la rodilla, $2a$ es el largo de la pierna, R es la subida de un solo escalón y T es el ancho de un escalón. [*Pista:* sea h la distancia vertical desde la cadera hasta el talón de la pierna delantera, como se muestra en la figura. Establezca dos ecuaciones que involucren a h: una aplicando el teorema de Pitágoras al ángulo recto cuya hipotenusa consiste en la pierna trasera de longitud $2a$, y la otra usando la ley de cosenos en el ángulo θ. Luego elimine h y resuelva $\cos\theta$].

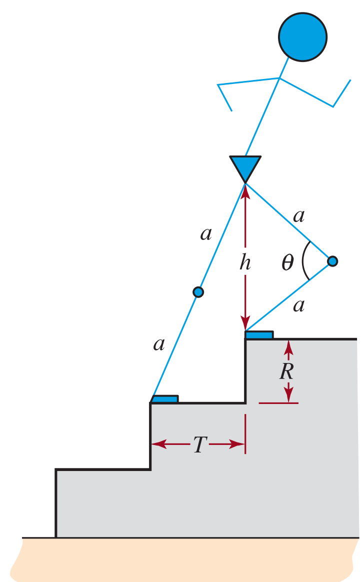


FIGURA 10.4.13 Hombre azul del problema 29

* Esta fórmula se llama así en honor de Herón, matemático griego, pero el mérito debería atribuirse en realidad a Arquímedes.